LES MATHÉMATIQUES CHINOISES

Jean-Claude Martzloff

Les mathématiques[1] 算術 *suan shu* se sont essentiellement développées comme un ensemble de procédés de calcul à caractère algorithmique 術 *shu*, c'est-à-dire de séquences d'opérations arithmétiques, effectués mécaniquement à partir de données numériques connues, et aboutissant aux valeurs de quantités inconnues, au terme de processus calculatoires plus ou moins longs et complexes, mettant parfois en jeu des itérations et des branchements conditionnels afin d'aiguiller les calculs déjà effectués dans une direction ou une autre. Regroupés par familles et présentés essentiellement sous forme générale, c'est-à-dire indépendamment de nombres particuliers, ces algorithmes sont néanmoins presque toujours proposés en relation étroite avec des problèmes particuliers.

L'ouvrage le plus ancien et le plus influent de mathématiques est le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* des Han. La plupart des traités de mathématiques ultérieurs, des Han aux Ming, l'ont largement pris pour modèle. Formé de strates successives et enrichi au fil des âges de multiples commentaires philologiques, historiques et mathématiques, le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* contient le savoir mathématique « fossile » principalement accumulé à partir des Han en s'appuyant sur un socle de connaissances parfois plus anciennes. Mais il n'est pas toujours aisé de déterminer la date exacte à laquelle telle ou telle notion mathématique aurait été effectivement incorporée dans le texte : la plus ancienne édition connue du 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* remonte aux Song du Sud et fut publiée un peu après 1213; seuls les cinq premiers 卷 *juan* sont parvenus jusqu'à nous. Les éditions du texte que l'on possède actuellement dérivent à la fois de cette édition partielle des Song du Sud et de reconstitutions de la partie du texte disparue, proposées par les philologues chinois de la seconde moitié du XVIIIᵉ s., à partir de fragments de l'œuvre, cités ici ou là dans l'encyclopédie 永樂大典 *Yong Le Da Dian*.

1. La traduction actuelle la plus courante du terme 算術 *suan shu* est « mathématiques » mais la plupart des auteurs anciens traduisent plus volontiers ce terme par « arithmétique », de manière à opposer le 算術 *suan shu* à l'algèbre ainsi qu'à la géométrie fondée sur des raisonnements hypothético-déductifs, à la manière grecque. On pourrait aussi traduire 算術 *suan shu* par « logistique ». Noter que le 術 de 算術 *suan shu* se rencontre aussi en tant que suffixe dans de nombreux termes comme 武術 *wu shu* (les arts martiaux, littéralement « les procédés militaires »), 仙術 *xian shu* (les arts magiques, c'est-à-dire les procédés magiques) 技術 *ji shu* (les techniques), 學術 *xue shu* (science, discipline scientifique au sens large). Ces deux derniers exemples tendent à montrer que dans le contexte chinois, les sciences ne s'opposent pas aux techniques, il s'agit de *shu* particuliers dans les deux cas.

Le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* se divise en neuf chapitres regroupant 246 problèmes par centres d'intérêt soit « concrets » (surface des champs, partages proportionnels, règle « de trois » directe et inverse, partages proportionnels, calcul des volumes, détermination des distances de lieux inaccessibles), soit à coloration plus théorique et surtout calculatoire (calcul des fractions, extraction des racines carrées et cubiques, règles de fausse position double[1], arrangement de nombres en colonnes parallèles formant des sortes de matrices avant la lettre afin de résoudre des systèmes linéaires (systèmes d'équations du premier degré à plusieurs inconnues), nombres négatifs – mais seulement en tant qu'intermédiaires dans les calculs et jamais comme solutions d'équations (ou, plus exactement de ce qui peut s'interpréter comme des équations), théorème de Pythagore : le carré de l'hypothénuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés).

Le plus souvent, les problèmes présupposent toutes sortes de connaissances extérieures aux mathématiques proprement dites, comme les poids et mesures, la géographie, les institutions, l'administration, la fiscalité, la comptabilité, les travaux de terrassement, la construction des canaux, le génie civil, l'architecture, l'art militaire, la météorologie, l'astronomie et le calendrier, notamment. C'est pourquoi, il est souvent impossible de comprendre les énoncés des problèmes indépendamment du contexte historique, social et économique particulier auquel ils se rapportent.

Pour autant, les problèmes sont rarement réalistes. Il s'agit souvent d'*exercices* rendus fictifs, très probablement pour des raisons pédagogiques – car c'est précisément pour une telle raison que le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* a été réédité officiellement – et dans lesquels le rôle normal du connu et de l'inconnu peut se trouver inversé (comme lorsqu'on demande de calculer les dimensions d'un solide à partir de son volume, ou le taux d'intérêt à partir de la somme d'argent perçue). Les solutions des problèmes peuvent même être absurdes (comme lorsque la réponse indique un nombre d'hommes non entier) ou les présupposés irréels (comme lorsque des ouvriers sont censés doubler leur production d'un jour sur l'autre). Certains problèmes rappellent ce que les historiens des mathématiques ont appelé beaucoup plus tard des « récréations mathématiques ». Nombre d'entre elles, comme certaines comptines, des problèmes « de robinets » (remplissage d'un réservoir), de mobiles qui partent à la rencontre l'un de l'autre et qui finissent par se croiser, ou encore ceux dans lesquels on demande de deviner un nombre, ne sont pas particuliers au monde chinois et se retrouvent à peu près partout, de l'Egypte ancienne à l'Inde en passant par le monde islamique et l'Europe médiévale. Les récréations mathématiques ont probablement circulé d'une région à l'autre en se métamorphosant au gré des us et coutumes locaux, mais il est pratiquement impossible d'en déterminer les lieux d'origine, car les questions historiques de datation et de transmission présentent dans ce cas des difficultés quasi insurmontables. Plus généralement, c'est aussi le cas de la plupart des connaissances mathématiques de l'antiquité et du moyen-âge, qu'il s'agisse ou non de la Chine : les questions de transmission et d'influence s'avèrent presque toujours quasi-inextricables et il arrive très souvent que les réponses apportées à ce type de question révèlent davantage les conceptions préétablies des historiens des mathématiques que des réalités historiques indiscutables.

Sans doute en raison de l'aspect irréaliste et par conséquent déroutant de nombreux problèmes pour les lecteurs non-contemporains des événements auxquels ceux-ci se rapportent, la nécessité d'expliquer le texte du 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* s'est rapidement imposée. Mais le besoin de justifier rationnellement des procédés de calculs difficiles ou même impossible à comprendre tels quels, et ardus à mémoriser sans connaître la logique

1. Technique de résolution de problèmes consistant à attribuer à l'inconnue deux valeurs arbitraires, puis à en déduire la véritable valeur à partir d'une formule *ad hoc*.

ayant servi à les élaborer, a sûrement joué aussi un rôle. D'où l'apparition de commentaires 註 *zhu* dès le Ier s. de notre ère.

Aussi, en dehors de la philologie qui constitue malgré tout leur domaine de prédilection, les commentateurs du 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* ont également essayé de justifier mathématiquement les algorithmes du texte, d'où la présence dans les commentaires de preuves mathématiques. Les plus célèbres d'entre elles sont celles que propose 劉徽 Liu Hui (fin du IIIe s.). Dans le cas de problèmes qui peuvent se transposer visuellement à l'aide de figures planes ou spatiales, qu'il s'agisse ou non du calcul de volumes, 劉徽 Liu Hui se fonde essentiellement sur des dissections géométriques – ces techniques ont été popularisées tardivement, en Chine, au Japon et en Europe à partir du début du XIXe s., ou peut-être un peu avant, grâce au jeu de tangram 七巧圖 *qi qiao tu*, jeu inventé en Chine au cours du XVIIe s. et composé de sept élements géométriques assemblées de façon à former un simple carré, mais pouvant donner naissance à des milliers de formes différentes par recomposition. Il arrive parfois que ces dissections impliquent un nombre potentiellement infini d'éléments (par exemple : découpage d'un solide en tranches infiniment minces). C'est aussi le cas dans les justifications mathématiques relatives au volume de la pyramide (obtenu en multipliant le tiers de la base par la hauteur) et du volume de la sphère (calculé par une formule équivalente à la formule exacte $V = 4\pi r^3/3$, en désignant par r le rayon de la sphère).

Incorporées dans des raisonnements suivis, ces dissections ne constituent qu'un aspect d'un ensemble de procédés explicatifs faisant appel à une riche panoplie de moyens divers. Par exemple, dans le cas du volume de la sphère et de la pyramide, outre des dissections, Liu Hui et ses successeurs utilisent une forme généralisée de ce que les historiens des mathématiques appellent usuellement le « principe de Cavalieri », du nom de son inventeur supposé, le mathématicien Italien Bonventura Cavalieri (1598-1647). Selon la version chinoise de ce principe, lorsque les aires des sections de deux solides compris entre deux plans parallèles ont toujours le même rapport entre elles quelle que soit la hauteur à laquelle on effectue la coupe, alors les volumes de ces deux solides ont aussi le même rapport entre eux. Dans un autre ordre d'idées, l'extraction réitérée de racines carrées afin de calculer les longueurs des côtés d'une suite de polygônes réguliers inscrits dans un même cercle, et dont le nombre de côtés double d'une étape à la suivante, joue un rôle crucial dans la détermination de l'aire du cercle de 劉徽 Liu Hui et par conséquent du nombre π. Dans un tel cas, le nombre d'opérations à effectuer est indéfini car il n'est pas connu à l'avance; il varie considérablement selon la précision requise. 劉徽 Liu Hui avait obtenu π =157/50 à la fin du IIIe s. de notre ère, ce qui équivaut à π = 3,14 ; deux siècles plus tard, son successeur, 祖冲之 Zu Chongzhi, avait trouvé quant à lui 355/113, fraction qui fournit les six premières décimales de π. À chaque fois, il s'agit de preuves convaincantes, faisant appel à toutes sortes de procédés *ad hoc*, mais sans que le discours mathématique ne soit jamais organisé sous forme axiomatico-déductive, comme dans les mathématiques issues de la tradition grecque. C'est pourquoi, bien que la technique de 劉徽 Liu Hui repose à peu près sur les mêmes idées que celles qu'Archimède avait développées plusieurs siècles auparavant, les conceptions des mathématiques sous-jacentes s'opposent, car dans un cas tout se focalise sur le calcul numérique tandis que dans l'autre la logique de la démonstration soutenue par une double réduction à l'absurde joue un rôle crucial.

Hormis le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* et les traductions tardives (XVIIe s.) d'ouvrages issus de la tradition grecque, les traités chinois ultérieurs de mathématiques ne contiennent pas de preuves mathématiques.

Sous les Tang, la collection mathématique connue sous le nom de 算經十書 *Suan Jing Shi Shu* rassemble le savoir mathématique engrangé au cours des périodes antérieures. Elle contient, en particulier, le 九章算術 *Jiu Zhang Suan Shu* dans une version revue et corrigée, et une série d'autres traités antérieurs globalement plus élémentaires. On sait que tous furent composés pour répondre aux besoins de l'enseignement et des examens officiels de mathématiques organisés épisodiquement sous cette dynastie puis plus tard sous celle des Song. Cette fois encore, le calcul joue un rôle primordial.

Les mathématiques ultérieures se signalent surtout par leur extraordinaire développement en direction de la théorie des nombres et de l'algèbre au cours d'une courte période d'une cinquantaine d'années – du milieu du XIII^{e} s. au début du XIV^{e} s., de la fin des Song du Sud au début des Yuan. Encore maintenant, les raisons de ce développement paraissant surgir de nulle part restent totalement incomprises : les mathématiques du début des Song sont surtout connues à travers quelques citations éparses extraites d'ouvrages ultérieurs, principalement le 楊輝算法 *Yang Hui Suan Fa* (vers 1275) et ce dernier ouvrage est beaucoup plus élémentaire que les autres traités de la fin des Song et du début des Yuan; ce que l'on peut en extraire ne permet pas d'établir une continuité historique expliquant le développement très remarquable de l'algèbre à partir du milieu du XIII^{e} s. L'idée d'un emprunt à l'algèbre arabe ne saurait *a priori* être écartée en raison de son antériorité, mais il n'en demeure pas moins que les développements chinois en diffèrent considérablement; en particulier, contrairement à l'algèbre chinoise, l'algèbre arabe ignore totalement les nombres négatifs.

Un traité achevé en 1248, le 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang* contient un exposé complet et foncièrement correct de ce que les spécialistes actuels de théorie des nombres appellent universellement le « théorème des restes chinois ». Ce « théorème », toujours célèbre – il s'agit en réalité d'un algorithme – propose une démarche pour résoudre des systèmes de congruences simultanées du premier degré. Le problème que le « théorème » des restes permet de résoudre se formule comme suit : trouver un nombre entier (noté x ci-après) qui, divisé par les entiers $m_1, m_2, \dots, m_n$, donne pour restes entiers successifs $r_1, r_2, \dots, r_n$.

Plus mathématiquement: trouver x tel que : $x \equiv r_i \pmod{m_i}\ 1 \leq i \leq n$

Cette notation moderne, qui n'est évidemment pas celle des textes chinois ni de près ni de loin, permet pourtant de représenter abstraitement et surtout d'analyser la structure mathématique des questions du 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang* relatives au problème des restes. Elle condense les n équations suivantes :

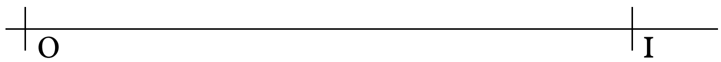
$$x \equiv r_1 \pmod{m_1} \dots x \equiv r_2 \pmod{m_2} \dots x \equiv r_3 \pmod{m_3} \dots x \equiv r_n \pmod{m_n}$$

Ces équations (que l'on appelle plus techniquement des « congruences ») se lisent « x congru à r-un modulo m-un, x congru à r-deux modulo m-deux », etc; et les m_i s'appellent les « modules ». En outre $a \equiv r \pmod{m}$ signifie que le reste entier de la division de l'entier a par l'entier m est égal à r. Par exemple $23 \equiv 2 \pmod{7}$ parce que lorsque l'on divise 23 par 7 il reste 2. Dans le « théorème » des restes chinois, les valeurs des r_i et des m_i sont connues d'avance et il faut en déduire la valeur de x. Lorsque les m_i sont premiers entre eux deux à eux, les congruences considérées ont une infinité de solutions. La justification de la solution se trouve dans tous les traités actuels de théorie élémentaire des nombres.

En particulier, le « théorème » des restes chinois permet de résoudre en toute généralité des problèmes dont le prototype très simplifié est la devinette suivante : « déterminer un nombre, sachant que si on le divise par 3, 5, 7 (par exemple), il reste 2, 3, 2, respectivement » (réponse 23, à un multiple de 105 près). Cet exemple, qui constitue un cas particulier très simple du théorème des restes, se trouve déjà mentionné dans le 孫子算經 *Sun Zi Suan Jing* (V^{e} s. de notre ère?) sans que l'on puisse savoir s'il y aurait un rapport avec les développements beaucoup plus complexes du 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang* (1248) : dans ce dernier ouvrage, les modules et les restes sont quelconques et non nécessairement premiers entre eux deux à deux.

En fait, il semble que ce soit surtout le calcul du calendrier chinois et non pas une simple devinette, qui ait motivé ce type de question dans le 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang*. L'un des problèmes fondamentaux du calendrier chinois consiste en effet à déterminer l'instant inconnu de la « Grande Origine » 上元 *shang yuan*, c'est-à-dire le point de départ commun de multiples cycles temporels utilisés dans le calendrier.

Soit donc « O » cette Grande Origine inconnue – située à gauche sur l'axe du temps, dans un passé reculé – et « I » un instant ultérieur connu, en lequel on se propose d'effectuer des observations astronomiques en vue d'une réforme du calendrier. En général, O et I correspondent à l'instant exact du solstice d'hiver.



Soit aussi c un cycle de période connue. Par exemple, dans le cas du cycle de soixante $c = 60$, mais dans le cas de l'année et du mois c est environ égal à 365,25 jours et à 29,53 jours respectivement. Alors, si l'on divise l'intervalle de temps inconnu OI par c on obtient un reste qui peut être connu : ce reste représente le temps écoulé depuis le dernier début du cycle considéré. Par exemple, si I correspond à l'instant solstice d'hiver de l'année 1245, les tables chronologiques indiquent que le jour où ce solstice a lieu est un jour 乙卯 *yi mao*. Et comme 乙卯 *yi mao* a pour numéro 52, lorsque l'on numérote les binômes du cycle de soixante de 1 à 60, il en résulte que 52 jours se sont écoulés depuis le dernier début du cycle sexagésimal en 甲子 *jia zi*, jusqu'au solstice considéré. Comme la Grande Origine débute par définition par un jour 甲子 *jia zi*[1], OI est égal à un multiple de 60, plus 52 jours. En divisant OI par 60, on obtient donc pour reste 52.

Comme les divers cycles inclus dans le calendrier – tels que le cycle de soixante, le mois lunaire ou l'année solaire – débutent tous en même temps à l'instant de la Grande Origine, on obtient donc une suite de restes connus, comme l'indiquent les congruences ci-dessus, à ceci près que la situation considérée est plus complexe puisque maintenant nous n'avons pas seulement affaire à des nombres entiers mais aussi à des nombres avec des décimales (plus précisément dans le 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang*, il s'agit de quantités fractionnaires) avec, de surcroît, des unités (des nombres de jours et des fractions de jour, des mois ou des années). Malgré cela, cette situation complexe peut se réduire aux congruences du « théorème » chinois. Dans le 數書九章 *Shu Shu Jiu Zhang*, elle est traitée de façon satisfaisante d'un point de vue algorithmique, en faisant notamment intervenir des calculs réitérés de plus grands diviseurs communs et non pas des décompositions des nombres en facteurs premiers comme on le pense souvent. D'ailleurs, la notion de nombres premiers était inconnue dans la Chine médiévale.

Mais surtout, c'est l'algèbre qui se signale par des développements particulièrement originaux. Elle se caractérise par une technique de notation qui permet de différencier les nombres connus et inconnus à l'aide de leurs positions 位 *wei* relatives sans qu'il soit besoin pour cela de recourir à des symboles particuliers pour désigner

1. C'est le cas de loin le plus fréquent, il existe cependant quelques exceptions.

les inconnues. C'est l'algèbre positionnelle du 天元術 *tian yuan shu* – le terme 天元 *tian yuan* désignant l'inconnue. Par exemple, dans cette notation, si un nombre est égal à 1, celui situé un rang à sa droite sera noté pareillement « 1 » mais représentera en réalité l'inconnue x; de même, celui situé un rang plus à gauche représentera le carré de l'inconnue, x^2. Toujours dans le même esprit, le nombre « 1 » situé un rang à gauche vaudra quant à lui l'inverse de l'inconnue, $1/x$. Enfin, en considérant d'autres directions du plan, comme le haut et le bas et certaines diagonales, des inconnues supplémentaires, x, y, z, etc. deviennent disponibles. Grâce à cette idée de représentation positionnelle, il suffit de noter les coefficients des équations aux positions correspondant aux puissances des inconnues qu'ils multiplient pour pouvoir représenter des équations et non seulement des nombres. Un cas particulier de ce procédé de notation connut une fortune extraordinaire au Japon, à la fin du XVII^e^ s., et servit de fondement au développement des mathématiques japonaises autochtones (le 和算 *wasan*). Dans ce cas précis, le vecteur de transmission est bien connu : il s'agit du 算學啟蒙 *Suan Xue Qi Meng* (1299), ouvrage d'abord réimprimé en Corée, puis exporté au Japon.

Sous les Ming apparaissent des ouvrages beaucoup plus élémentaires, consacrés à l'arithmétique commerciale et au boulier. Ce dernier instrument à calculer frappe par sa similitude avec le boulier romain, mais il semble plutôt dériver d'une évolution de l'antique système de calcul à l'aide des baguettes à calculer. D'où, sans doute, son apparition tardive, au cours du XIII^e^ s. ou peut-être auparavant, mais alors d'une façon confidentielle. En fait, le boulier ne s'est véritablement diffusé dans la société chinoise qu'au cours du XVI^e^ s.

Avec les traductions et adaptations d'ouvrages mathématiques européens par les missionnaires jésuites à partir du début du XVII^e^ s., les mathématiques connaissent des bouleversements considérables qui se manifestent par la création de nombreux néologismes. La traduction la plus importante de cette époque est celle des *Éléments* d'Euclide 幾何原本 *Ji He Yuan Ben*. Une première traduction limitée aux six premiers livres d'Euclide (géométrie plane) fut achevée en 1607 à partir du traité de Clavius (1538-1612) *Euclidis elementorum libri XVI* (première édition : Rome, 1574). Un siècle plus tard, une nouvelle traduction, très libre, presque sans rapport avec le texte d'Euclide, fut effectuée en mandchou et en chinois à partir d'un ouvrage de géométrie du Père Gaston Ignace Pardies S.J. (1636-1673) intitulé *Éléments de géométrie où par une méthode courte et aisée l'on peut apprendre ce qu'il faut savoir d'Euclide, d'Archimède, d'Apollonius et les plus belles inventions des anciens et des nouveaux géomètres*, Paris, 1671 (nombreuses rééditions ultérieures et traductions en diverses langues européennes). La traduction complète des *Éléments*, dans un esprit plus proche de celui d'Euclide, fut achevée en 1859 par le missionnaire britannique protestant et sinologue Alexander Wylie (1815-1887) assisté du traducteur chinois Li Shanlan 李善蘭 (1811-1882) à partir d'une source anglaise non encore identifiée. Mais, qu'il s'agisse d'Euclide dans la version très modifiée de Clavius ou dans une autre version plus tardive encore, ce type de mathématiques, représentatives du raisonnement axiomatico-déductif, fut massivement rejeté en Chine et ne commença à s'y enraciner qu'au cours du XX^e^ s. Toutefois, le contenu du texte lui-même fut très rapidement accepté, mais seulement après avoir été profondément remanié, de façon à le rendre conforme à l'esprit des règles mécaniques de calcul du 九章算書 *Jiu Zhang Suan Shu*.

Bien d'autres traités de mathématiques européens furent traduits, ou plutôt – comme l'a fort justement dit Henri Bernard-Maître – adaptés en Chinois. Dans ces adaptations, les œuvres de Clavius occupèrent d'abord une place considérable, qu'il s'agisse d'arithmétique élémentaire, de calcul « au pinceau » 筆算 *bi suan* (c'est-à-dire de calcul par écrit par opposition au calcul à l'aide d'instruments comme le boulier), de géométrie pratique (mesure de distances inaccessibles sur le terrain) ou encore de gnomonique. Mais par la suite, bien d'autres domaines des mathématiques européennes récentes, du XVII^{e}, du XVIII^{e} et du XIX^{e} s., furent également rendus accessibles en Chinois, qu'il s'agisse d'instruments de mathématiques, de trigonométrie, de logarithmes ou de développements en séries infinies. Ces nouveautés suscitèrent un vif intérêt dès le milieu du XVII^{e} s., jusque dans la sphère impériale (intérêt de l'empereur Kang xi pour les mathématiques et plus généralement pour les sciences) et engendrèrent une volumineuse littérature mathématique, riche de centaines de titres, dont l'exploration en est encore à ses débuts.

À partir du dernier quart du XIX^{e} s. et surtout pendant le XX^{e} s., la Chine connaît une internationalisation des mathématiques de plus en plus poussée qui se caractérise par l'envoi d'étudiants à l'étranger, surtout au Japon et aux États-Unis, mais aussi en Europe. Dès lors, la langue chinoise mathématique connaît une création continue de néologismes polysémiques, conséquence de la multiplication des traductions. La terminologie des mathématiques n'a jamais cessé de se remodeler à un rythme accéléré. Elle continue encore de se transformer et de s'enrichir avec l'émergence de nouveaux domaines, comme la mécanisation des mathématiques (démonstration automatique de théorèmes par ordinateur) imaginée par 吳文俊 Wu Wenzun à la fin des années soixante-dix du XX^{e} s. Mais les mathématiques abordées dans les ouvrages chinois actuels sont exactement les mêmes que celles reconnues universellement par les mathématiciens du monde entier, et elles utilisent des notations identiques à celles en usage dans la communauté mathématique internationale.

LES NOTATIONS DES NOMBRES

LA FORME « FINANCIÈRE » DES CHIFFRES USUELS

Ce sont les caractères de *grande écriture*, d'usage courant dans les banques et le commerce (souvent pour éviter les fraudes) :

1 *(un)*	壹 *yi*	**7** *(sept)*	柒 *qi*
2 *(deux)*	貳 *er*	**8** *(huit)*	捌 *ba*
3 *(trois)*	參 *san*	**9** *(neuf)*	玖 *jiu*
4 *(quatre)*	肆 *si*	**10** *(dix)*	拾 *shi*
5 *(cinq)*	伍 *wu*	**100** *(cent)*	佰 *bai*
6 *(six)*	陸 *liu*	**1000** *(mille)*	仟 *qian*

LES CHIFFRES DE LA NUMÉRATION DES BAGUETTES À CALCULER

Les baguettes à calculer se présentent comme des petits bâtons arrangés pour former des chiffres. Les nombres que les baguettes permettent de représenter peuvent aussi être notés par écrit en en reproduisant la forme matérielle des chiffres. Écrite ou non, la numération des baguettes à calculer se présente visuellement de la même façon, et se compose de deux séries de chiffres.

Les chiffres de la première série servent à représenter les unités, les centaines, les myriades et plus généralement les puissances paires de dix. Les chiffres de la seconde série servent pour les dizaines, les milliers et les autres puissances impaires de dix.

première série de chiffres

1	2	3	4	5	6	7	8	9
𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨

deuxième série de chiffres

1	2	3	4	5	6	7	8	9
𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

Pour noter un nombre, on écrit d'abord les chiffres des unités relatives à la puissance de dix la plus élevée puis ceux des autres puissances de dix, en décroissant, et en progressant de la gauche vers la droite.

Dans les textes de la fin des Song du Sud, le zéro commence à être pris en compte sous forme d'un petit cercle pour marquer l'absence de chiffres d'un certain rang. Dans les manuscrits de 敦煌 Dunhuang (VI^{e}-X^{e} s.), le zéro n'est pas utilisé, et c'est seulement le contexte qui permet de déterminer la valeur des chiffres d'un nombre. Le fait qu'il existe deux séries de chiffres pour les puissances de dix paires et impaires évite alors souvent les ambiguïtés, surtout lorsque l'on sait d'avance que les nombres représentés sont petits et se situent dans des limites connues.

Il est probable, mais non prouvé, qu'avant l'utilisation systématique du zéro, les unités manquantes aient été parfois repérés par un espace vide, surtout à l'occasion d'opérations arithmétiques.

LES « MARQUES SECRÈTES » 暗碼 *AN MA*

Ces chiffres se rencontrent dans les arithmétiques de la fin des Ming. Ils dérivent des chiffres en baguettes. Mais les notations de nombres qu'ils permettent sont plus simples car il n'existe qu'une seule série de chiffres.

série de chiffres des « marques secrètes »

1	2	3	4	5	6	7	8	9
〡	〢	〣	〤	〥	〦	〧	〨	〩

CARACTÈRES SPÉCIAUX POUR LES GRANDS NOMBRES (PUISSANCES DE DIX)

Ces caractères spéciaux désignent des puissances de dix de plus en plus grandes, en fonction de trois *degrés* 等 *deng*, respectivement qualifiés d'*inférieur* 下 *xia*, de *moyen* 中 *zhong* et de *supérieur* 上 *shang*. Ils servent à montrer la possibilité de représenter des nombres de plus en plus grands.

Dans le degré inférieur, les puissances de dix varient de dix en dix. Dans le degré moyen, le plus courant, chacune d'elles vaut dix-mille fois dix mille (soit 10^8) celle qui la précède. Enfin, dans le degré supérieur, chaque puissance vaut le carré de celle qui la précède.

les caractères spéciaux

i	caractères	degré Inférieur	degré moyen	degré supérieur
1	萬 *wan*	10^4	10^4	10^4
2	億 *yi*	10^5	10^8	10^8
3	兆 *zhao*	10^6	10^{16}	10^{16}
4	京 *jing*	10^7	10^{24}	10^{32}
5	該 (*ou* 垓 *ou* 陔) *gai*	10^8	10^{32}	10^{64}
6	梓 (*ou* 秭) *zi*	10^9	10^{40}	10^{128}
7	壤 (*ou* 讓) *rang*	10^{10}	10^{48}	10^{256}
8	溝 *gou*	10^{11}	10^{56}	10^{512}
9	間 *jian*	10^{12}	10^{64}	10^{1024}
10	政 *zheng*	10^{13}	10^{72}	10^{2048}
11	載 *zai*	10^{14}	10^{80}	10^{4096}
12	極 *ji*	10^{15}	10^{88}	10^{8192}
formules		10^{i+3}	10^4 *puis* 10^{8n}	$10^{2^{i+1}}$